

Fra Kap.10 Binære søketre (BS-tre)

Sist oppdatert 20.03.10

- Definere en abstrakt datastruktur *binært søketre*.
- Vise hvordan binær søketre kan brukes til å løse problemer.
- Undersøke ulike implementasjoner for binært søketre.
- Sammenligne ulike implementasjoner.

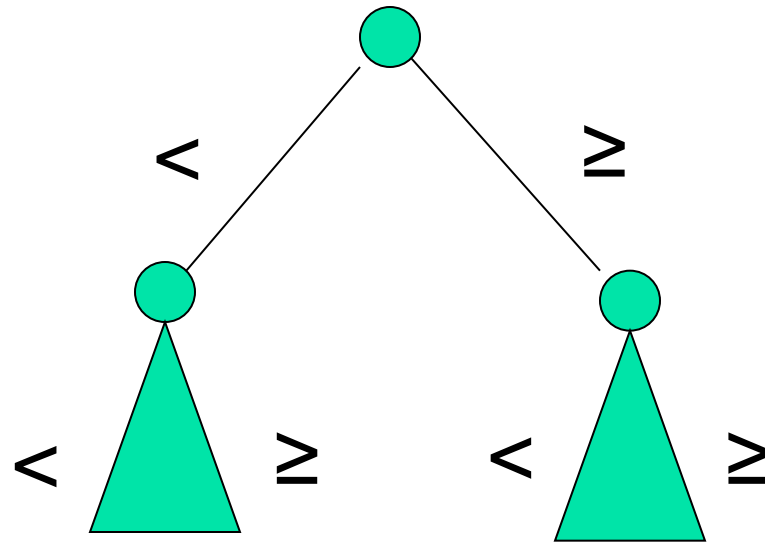


Binær søketre

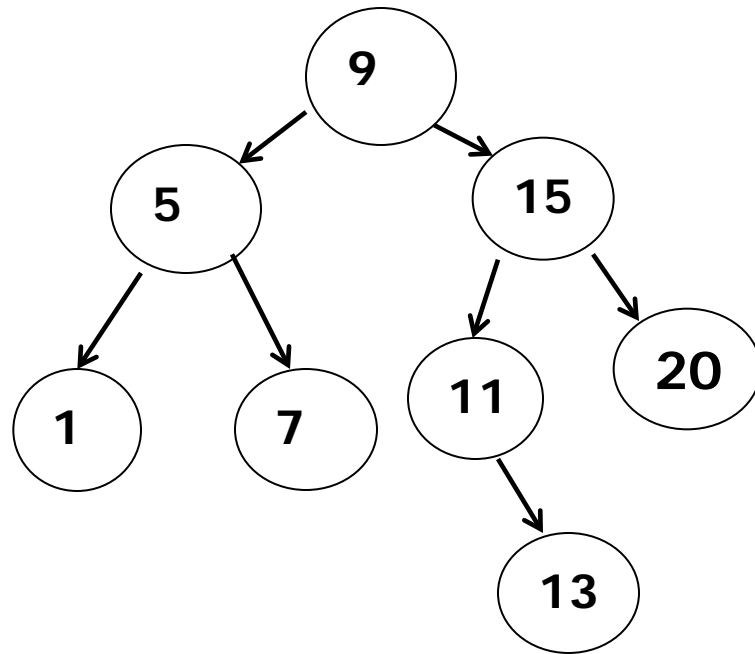
- **Et binært søketre er et binært tre med tilleggsegenskapen: For hver node x (unntatt bladene) er alle elementene i venstreundertre til x mindre enn elementet til x og alle elementene i høyre undertre til x er større eller lik elementet til x .**



Binær søketre



Binær søketre





Fordeler

- **Effektiv søking dersom treet er brukbart balansert (tilsvarer binærsøk i sortert tabell)**
- **Effektiv innsetting og sletting (sparer parallellforskyvingen som vi må ha i en sortert tabell dersom vi har vanlig implementering med noder og pekere).**



Operasjoner for et bs-tre

- **leggTilElement** – legger til et element
- **fjern** - fjerne et element hvis det fins
 - prinsippet, eget ark
- **fjernMin** - fjerne det minste elementet
- **fjernMaks** - fjerne det største elementet
- **finn** - finner et element hvis det fins
- **inOrden** – systematisk gjennomgang (får sortert)
- **antall og tom**

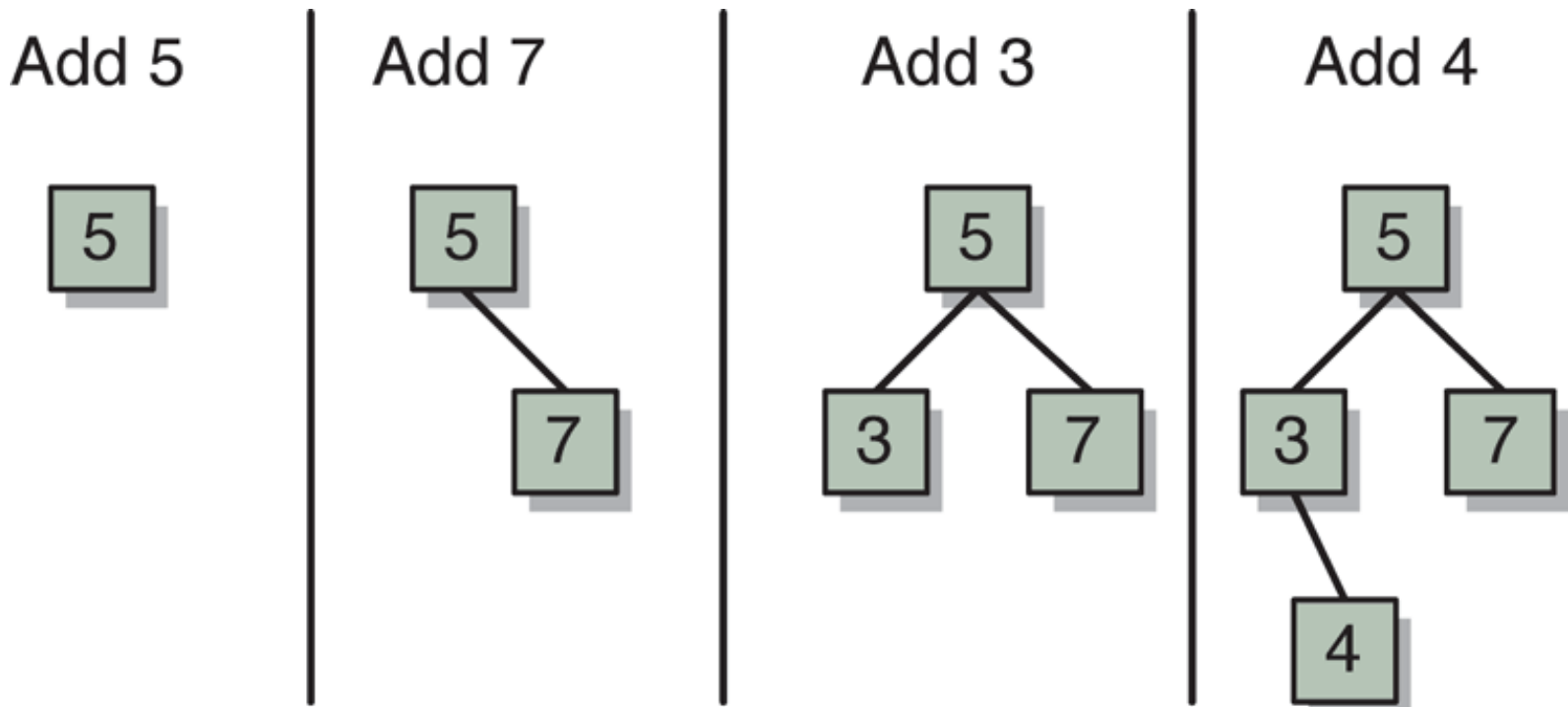
Implementere bs-tre med kjeding

- Vi kan lage en klasse *KjedetBinærSøkeTre*. *Se utdelt kode*
- Denne klassen vil ha to konstruktører, en som oppretter et tomt tre og en som oppretter et tre med en node.

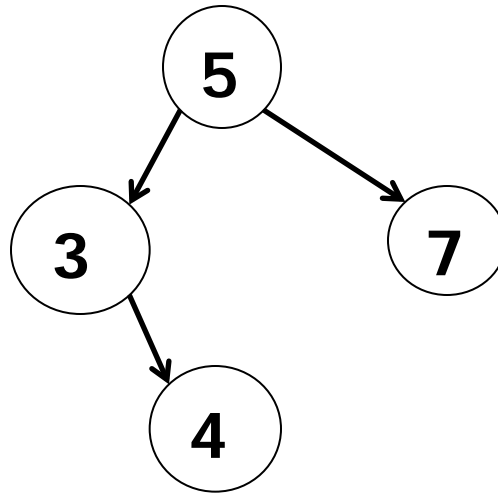


Binært søketre

- *leggTil-metoden* finner den passende lokasjonen for et gitt element og legger det til treet som et blad.



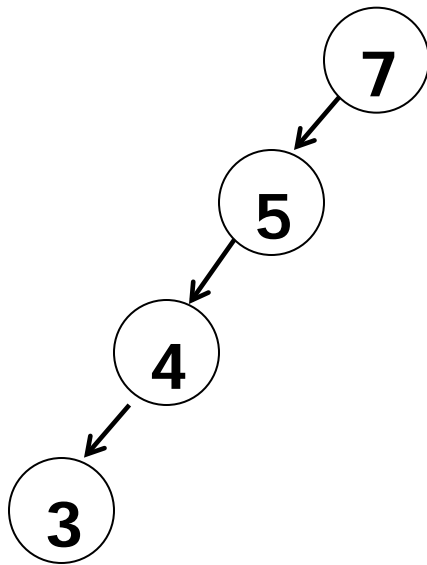
Inorden gjennomgang av et BS-tre



Inorden gjennomgang av et bs-tre vil gi en ordnet sekvens av elementene i stigende rekkefølge: 3, 4, 5, 7

Trestrukturen i et BS-tre avhengig av inndatarekkefølgen!

- Samme data som i sted, men inndatarekkefølgen er nå 7, 5, 4, 3



Fjerne et element se eget ark

- Fjerne et element fra et binært søketre krever tre steg:
 - Finne elementet
 - Hvis noden ikke er et blad, så *erstatt* det med dens inorden etterfølger. (største elementet i nodens venstre undertre, eller minste elementet i nodens høyre undertre)
 - Returner elementet som er fjernet

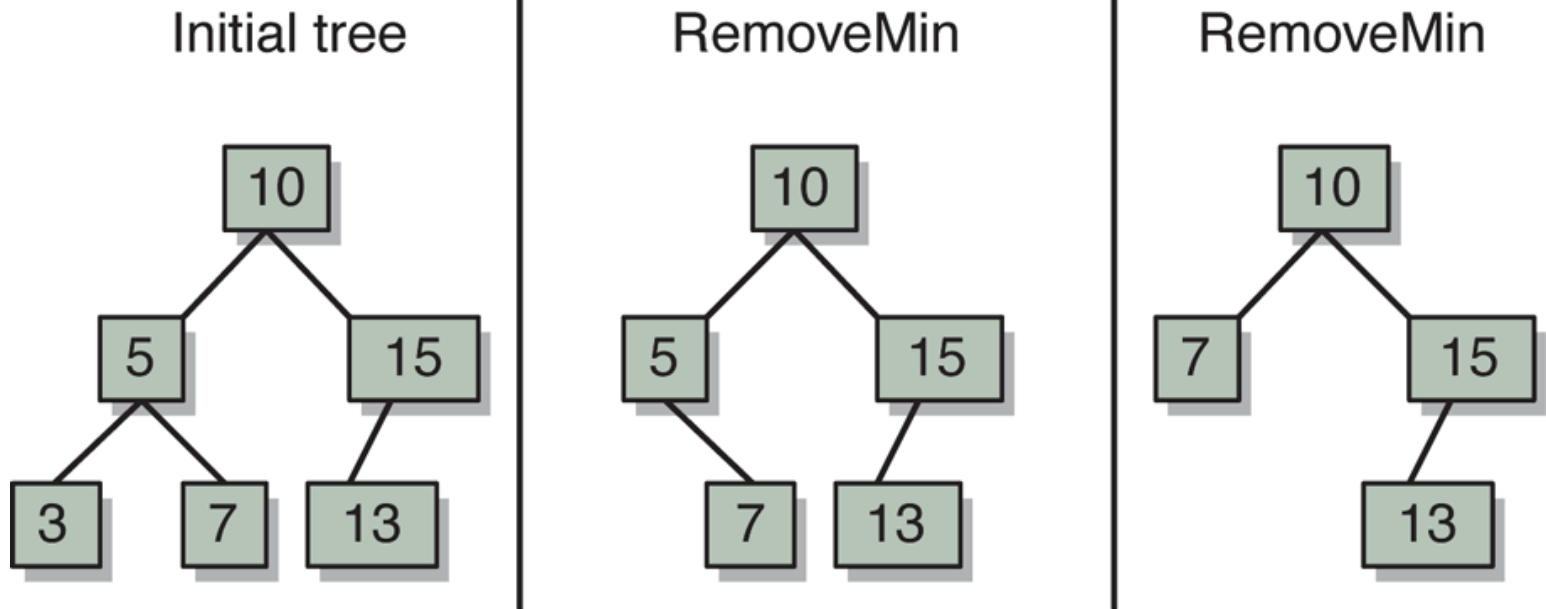


Fjerne det minste elementet

- **Det er tre tilfeller for lokasjonen til det minste elementet i et binært søketre.**
 - Hvis roten ikke har venstre barn, så er roten det minste elementet og høyre barn til roten blir den nye roten.
 - Hvis noden lengst mot venstre er et blad, så settes foreldrens venstre barn til null.
 - Hvis noden lengst til venstre er en intern node, så settes foreldrens venstre barn til å peke på nodens høyrebarn.



FIGUR 10.5 Fjerne det minste elementet



Binært søketre som ordnet liste

- En effektiv implementasjon av en ordnet liste dersom treet er balansert.
- `class OrdnaListeBST{....}`
- Operasjoner som innsetting, søking og sletting vil være av $O(\log n)$ dersom treet er balansert. Disse operasjonene vil være mindre effektive, $O(n)$, i kjedet lineær struktur.



Binært søketre som ordnet liste

Operasjoner i ordnet liste

- fjernFørste(), fjernSiste(), siste(), første()
- fjern(el), finn(el)
- tom(), antal()
- leggTil(el)

Alternativ 1 Lærebok Listing 10.2

Bruker arv og lager klassen **OrdnaListeBST** som arver fra klassen **BSTre** (super)
Eks: `public T fjernFørste(){ return fjernMin() }`

Alternativ 2: Lager ny, selvstendig klasse **OrdnaListeBST**

- Data i et OrdnaListeBST-objekt:
Et objekt av klassen BSTre, aggregering.
Se utdelt kode.

Balansert binært søketre

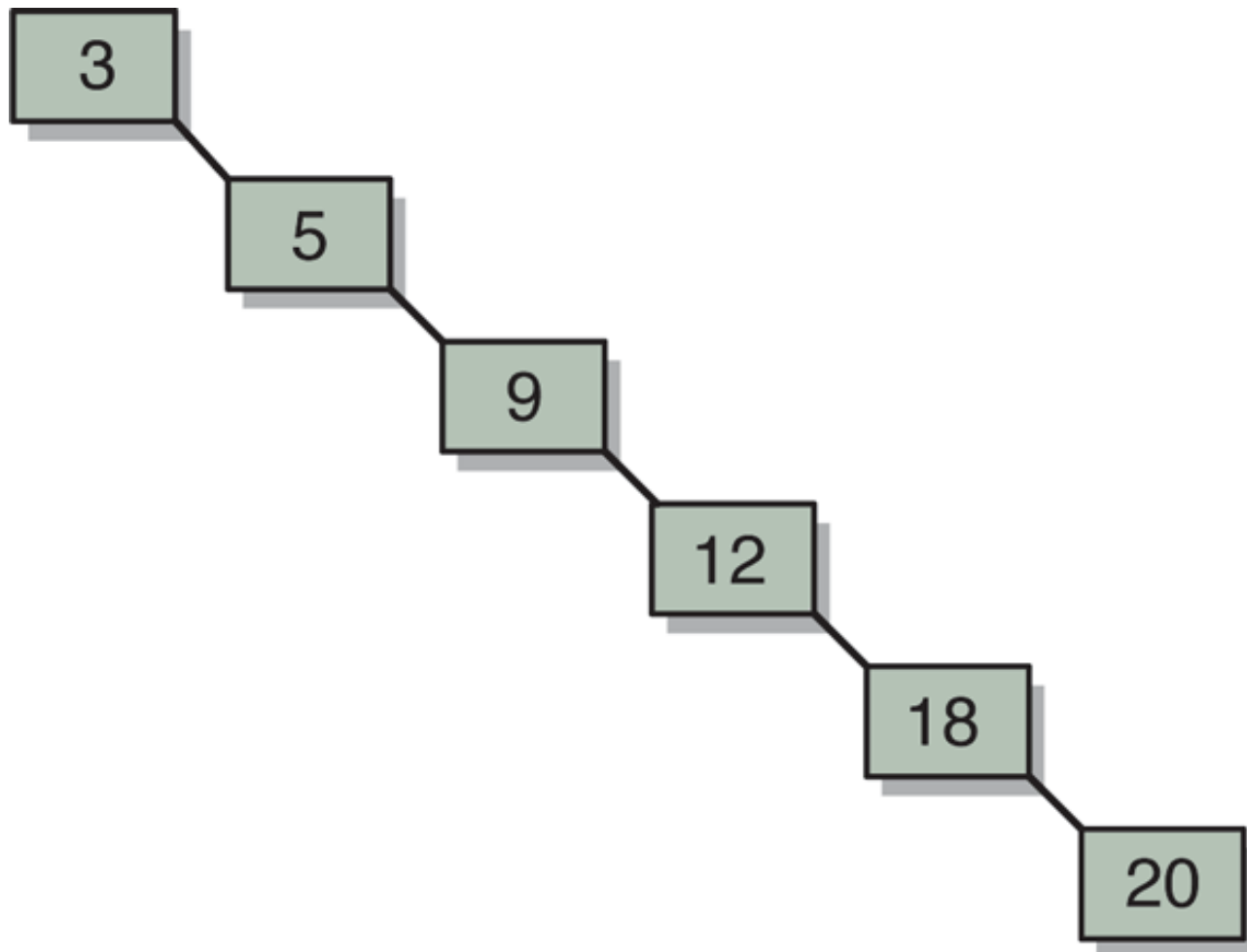
- **Hvorfor er balansering av søktre så avgjørende?**
- **La oss se på hva som skjer når vi setter inn følgende tall uten å balansere:**

3, 5, 9, 12, 18, 20



FIGUR 10.9

Et helt ubalansert binært søketre



Degenerert binært søketre

- Et slikt helt ubalansert søketre er kalt et degenerert binært søketre.
- Degenererte binære søketre har høyde lik $\approx n$ og søkingen blir da $O(n)$ som er minst effektiv.
- For et balansert søketre er høyden $\approx \log_2 n$ og søkingen blir da $O(\log n)$ som er mest effektiv.



Balansering av binært søketre

Metode 1)

Gjennomgå treet i inorden og skrive til tabell. Får da ut en ordnet liste.

Lager så et nytt tre ved rekursiv innsetting.

Velg midtelementet som rot.

Sette inn venstre undertre rekursivt.

Sette inn høyre undertre rekursivt.



Balansering av binært søketre

Metode 2)

En mindre arbeidskrevende metode er å bruke *rotasjoner*.

Vi ser her på enten venstrerotasjon eller høyrerotasjon.

Noen ganger må en kombinere både venstre- og høyrerotasjon for å oppnå balansering.

Balansering av binært søketre

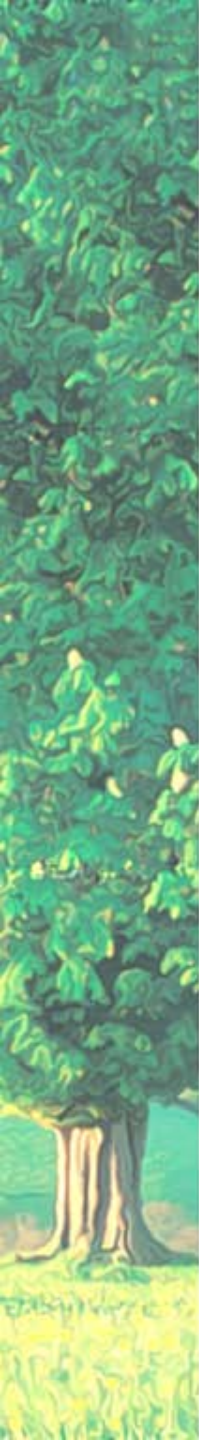
Høyre rotasjon vil løse en ubalanse når det fins en lang sti i venstre undertre til venstre barn ($nodeC$) til roten ($nodeN$). $nodeC$ skal bli ny rot.

Algoritme roterHøyre($nodeN$)

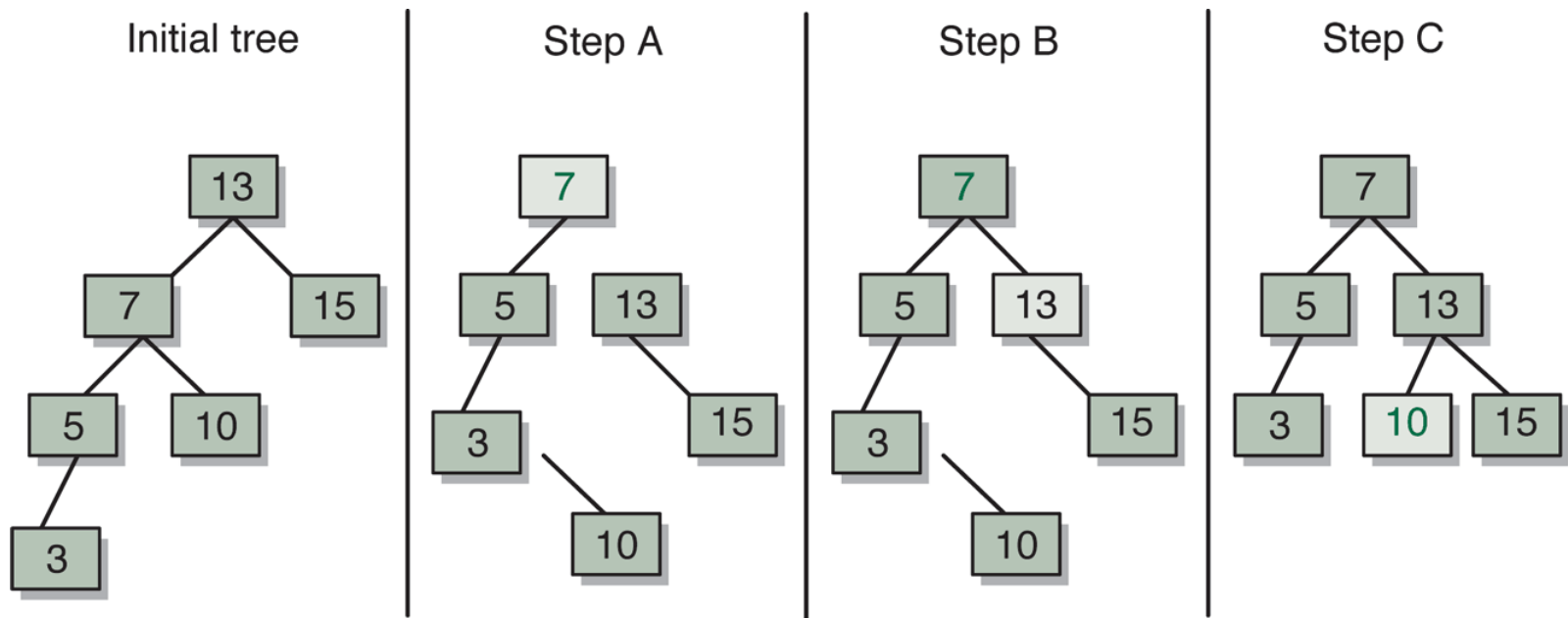
$nodeC = \text{venstre barn til } nodeN$

*Sett $nodeN$ sitt venstre barn til $nodeC$
sitt høyrebarn*

Sett $nodeC$ sitt høyrebarn til $nodeN$



FIGUR 10.10 Ubalansert tre og balansert tre etter en høyrrerotasjon



Balansering av binært søketre

- Venstrerotasjon vil løse en ubalanse hvis det fins en lang sti i høyre undertre til høyrebarn (nodeC) til roten(nodeN). nodeC skal bli ny rot.

Algoritme roterVenstre(nodeN)

nodeC = høyrebarn til nodeN

*Sett nodeN sitt høyrebarn til nodeC
sitt venstre barn*

Sett nodeC sitt venstre barn til nodeN



FIGUR 10.11 Ubalansert tre og balansert tre etter en venstrerotasjon.

